# 大阪医科薬科大対策　2023ver1　※6は補充

## 1

(1)　$7056=2^a3^b5^c7^d$ のとき，整数 $a$，$b$，$c$，$d$ の値を求めよ．

(2)　7056 を 2 つの正の整数 $x$，$y$ の積 $xy$ で表すとき，$x$，$y$ の組 $(x,\ y)$ で $x \leqq y$ であるものの個数を求めよ．

(3)　(2) において $x+y$ が最小となる組 $(x,\ y)$ を求めよ．

## 2

さいころを 4 回投げて，$k$ 回目 $(k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$ に出る目の数を $X_k$ とする。1 から 6 までの目は等確率で出るものとするとき，次の問いに答えよ。

(1)　$j$，$k$ $(j<k)$ は数の集合 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ を動くものとする。$X_1$，$X_2$，$X_3$，$X_4$ の中で，$X_j=X_k$ となる組 $\{j,\ k\}$ が少なくとも 1 つ存在する事象を $A$，$X_j=X_k$ となる組 $\{j,\ k\}$ がただ 1 つ存在する事象を $B$，同じ目がちょうど 3 つ出る事象を $C$ とする。確率 $P(A)$，$P(B)$，$P(C)$をそれぞれ求めよ。

(2)　$A$ が起こったときの和事象 $B \cup C$ の条件付き確率 $P_A(B \cup C)$ を求めよ。

(3)　$X_1$，$X_2$，$X_3$，$X_4$ の 値を小さい順に並べ替えて，$X_{(1)} \leqq X_{(2)} \leqq X_{(3)} \leqq X_{(4)}$ を定める。例えば，$X_1=3$，$X_2=2$，$X_3=6$，$X_4=2$ の場合，$X_{(1)}=2$，$X_{(2)}=2$，$X_{(3)}=3$，$X_{(4)}=6$ である。確率 $P(X_{(1)}=4)$ と $P(X_{(1)}=X_{(2)}=4)$ をそれぞれ求めよ。

## 3

$xyz$ 空間に点 $\mathrm{P}(0,\ 0,\ 5)$ がある。

(1)　球面 $x^2+y^2+(z-2)^2=9$ と平面 $x=\dfrac{1}{2}$ が交わってできる円を $C$ とする。$C$ の中心の座標と半径を求めよ。

(2)　$C$ 上に点 $\mathrm{Q}\left(\dfrac{1}{2},\ s,\ t\right)$ をとったとき，2 点 P，Q を通る直線と $xy$ 平面との交点を $\mathrm{R}(X,\ Y,\ 0)$ とする。$X$，$Y$ それぞれを $s$，$t$ の式で表せ。

(3)　Q が $C$ 上のすべての点を動くとき，R が描く曲線を $C'$ とする。$C'$ の長さ $L$ を求めよ。

## 4

$\theta=\dfrac{2\pi}{7}$，$\alpha=\cos\theta+i\sin\theta$，$\beta=\alpha+\alpha^2+\alpha^4$ のとき

(1)　$\overline{\alpha}=\alpha^6$ を示せ。

(2)　$\beta+\overline{\beta}$，$\beta\overline{\beta}$ を求めよ。

(3)　$\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 4\theta$ を求めよ。

## 5

$xy$ 平面上で，極方程式 $r=\dfrac{1}{1+\cos\theta}$ により与えられる曲線 $C$ を考える。

(1)　曲線 $C$ の概形を図示せよ。

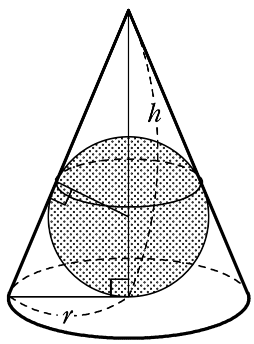
(2)　$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とし，曲線 $C$ 上の，極座標が $(r,\ \theta)$ である点 P を考える。

点 P における曲線 $C$ の接線の傾きは $-\dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ であることを示せ。

(3)　(2) の点 P から $y$ 軸に下ろした垂線と $y$ 軸との交点を H，原点を O とする。$\angle$OPH の二等分線と，点 P における曲線 $C$ の接線は直交することを示せ。

## 6

図のように，半径 1 の球とそれにちょうど外接している直円錐を考える。




(1)　このような直円錐の底面の半径を $r$ とするとき，その直円錐の高さ $h$ を $r$ を用いて表せ。

(2)　このような直円錐の体積の最小値，および最小値を与える $r$ を求めよ。

(3)　(2) の最小値をもつ直円錐を考える。この直円錐と球とは 1 点のほか 1 つの円周でも接しているが，この円周を含む平面でこの直円錐を切断したときにできる 2 つの部分のうち，円錐の高さを求めよ。

(4)　(2) の最小値をもつ直円錐を考える。(3) の平面で球を切断したときにできる 2 つの部分のうち，小さい方の体積を求めよ。