埼玉医科前期　対策問題1

1 (1)　二つの整式 $A=x^4-14x^3+ax^2-249x+325$，$B=x^2-bx+18$ を考える。B^2 を計算すると $B^2=x^4-\boxed{\text{ア}}bx^3+\left(b^2+\boxed{\text{イウ}}\right)x^2-\boxed{\text{エオ}}bx+324$ となる。

$C=A-B^2$ とおくとき，C が x についての1次式になるのは $a=\boxed{\text{カキ}}$，$b=\boxed{\text{ク}}$ のときで，このとき，$C=\boxed{\text{ケ}}x+1$ である。

(2)　二つの関数 $f(x)=x^2-6x+13$，$g(x)=4x-4$ を考える。

正の整数 n で，$f(n)\leqq g(n)$ を満たすものは全部で $\boxed{\text{コ}}$ 個ある。

このうち，$f(n)$ が $g(n)$ の約数になるような n は小さい順に $\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ で，いずれのときも $\dfrac{g(n)}{f(n)}=\boxed{\text{ス}}$ である。

2 △ABCにおいて，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=\sqrt{6}$，$CA=3$ とする。このとき

$\cos\angle ACB=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イウ}}}$，$\sin\angle ACB=\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エオカ}}}}{\boxed{\text{キク}}}$ であり，△ABCの外接円Oの半径は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シス}}}$ である。

円Oの点Bにおける接線と点Cにおける接線の交点をPとし，線分APと辺BCの交点をDとする。また，点Aを通り辺BCと平行な直線と，直線PB，PCとの交点をそれぞれX，Yとする。

(1) 下の $\boxed{\text{セ}}$ ～ $\boxed{\text{タ}}$ には，次の ⓪～⑥ のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ ∠BAC　① ∠ABC　② ∠ACB　③ 90°
④ ∠BPC　⑤ ∠BAD　⑥ ∠CAD

XYとBCは平行であるから，$\angle XAB=\boxed{\text{セ}}$ である。また，XPが円Oに接するので，$\angle XBA=\boxed{\text{ソ}}$ である。したがって，$\angle AXB=\boxed{\text{タ}}$ であり，$AX=\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$ となる。

(2) (1)と同様に，$AY=\dfrac{\boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ となる。XYとBCは平行であるから，

$\dfrac{DC}{BD}=\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。よって，$DC=\dfrac{\boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}}$ となる。これより，

$AD=\dfrac{\boxed{\text{ヒフ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ となる。

$\boxed{3}$ m，n を自然数とし，$m \geqq n$ とする。n 個の自然数の列で和が m となるようなものの場合の数を $f(m, n)$ とする。例えば，$m=4$，$n=2$ のときを考えてみると，和が 4 となる 2 つの自然数は 1，3 と 2，2 のみだから，和が 4 となる自然数の列は 1，3 と 3，1 と 2，2 の 3 通りである。したがって，$f(4, 2)=3$ である。

(1) $f(7, 3)=\boxed{\text{アイ}}$

(2) $f(19, 4)=\boxed{\text{ウエオ}}$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{11} f(12, k)=\boxed{\text{カキクケ}}$

4 θ を $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ を満たす実数とする。xy 平面上に 2 点 $\mathrm{P}(\cos\theta,\ \sin\theta)$ と $\mathrm{Q}\left(\dfrac{3}{2}\cos\theta,\ \dfrac{3}{2}\sin\theta\right)$ がある。点 R を PR：QR＝1：2 を満たす点とする。

(1) R が直線 $y\cos\theta - x\sin\theta = 0$ 上にあるとき，それらの点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\cos\theta,\ \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}b}}\sin\theta\right),\ \left(\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\cos\theta,\ \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\sin\theta\right)$$

である。ただし，$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} > \dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ とする。

(2) R の軌跡は方程式 $\left(x - \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\cos\theta\right)^2 + \left(y - \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}\sin\theta\right)^2 = \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ が表す円 $D(\theta)$ である。

(3) θ が $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ を動くとき，(2) で求めた $D(\theta)$ が通過する部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\pi$ である。