藤田医科大学　対策問題1 ～本田数学専門ゼミ～
※問題Ⅰマーク加工はしてません

問題Ⅰ

⑴ 右の表は，4 人の生徒 A，B，C，D の 100 点満点の数学と英語のテストの得点である。ただし，単位は点とする。

	A	B	C	D
数学のテストの得点	85	90	60	65
英語のテストの得点	80	70	90	x

このとき，数学のテストの得点の分散は ア$\boxed{}$ である。また，英語のテストの得点の中央値が $100-\dfrac{x}{3}$ であるとき，

数学と英語のテストの得点の共分散は イ$\boxed{}$ である。

⑵ a を実数とする。x の方程式 $\cos^2 x+\sin x+a=0$ が，$0\leqq x\leqq\pi$ において，少なくとも 1 つ解をもつのは ア$\boxed{}\leqq a\leqq$ イ$\boxed{}$ のときである。

⑶ 関数 $f(x)=\sin^5 x+8\cos^5 x$ の $0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ における最小値を α とする。$f(x)=\alpha$ となる x $\left(0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}\right)$ について，$\tan x$ の値を求めよ。

⑷ 整式 $x^{2019}+x^{2020}$ を整式 x^2+x+1 で割った余りを求めよ。

⑸ x がすべての実数値をとって変化するとき，$7\cdot 2^x+2^{3-x}$ の最小値は $\boxed{}$ である。

⑹ 方程式 $z^2=4(1+\sqrt{3}i)$ の解 z で，その実部が負であるものは $z=\boxed{}$ である。ただし，$i=\sqrt{-1}$ である。

⑺ 関数 $f(x)=e^{ax}\sin bx$ について考える (a，b は実数)。($b\fallingdotseq 0$)
$f''(x)-2f'(x)+2f(x)=0$ がすべての x について成立するとき，a^2+b^2 の値を求めよ。

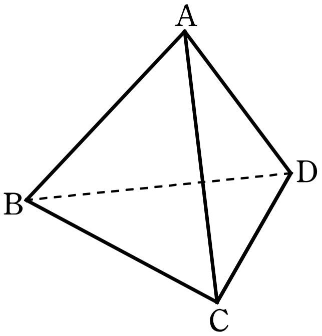
(8) $\lim_{x \to 1} \dfrac{a\sqrt{x+3}-8}{x-1}$ が有限な値になるように定数 a の値を定め，そのときの極限値を求めよ。

(9) 次の数列を考える。

$$1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{27},\ \cdots\cdots$$

この数列の第 670 項は $\dfrac{1}{\boxed{\text{ア}}}$，初項から第 2182 項までの和は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(10) 1 辺の長さが a (>0) の正四面体を考え，その頂点をそれぞれ A，B，C，D とする。
また，辺 AD の中点を P，辺 BC の中点を Q とする。このとき，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ の内積 $\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BP}}$ を求めよ。



問題Ⅱ

自然数 n に対して，A_n，B_n を数直線上の点とし，点 A_n の座標を a_n，点 B_n の座標を b_n で表す。ただし，$a_1=0$，$b_1=1$ とし，点 A_{n+1} を点 A_n と点 B_n の中点，点 B_{n+1} を線分 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n$ を $4:1$ に外分する点とする。

(1)　a_2，b_2，a_3，b_3 をそれぞれ求めよ。

(2)　a_{n+1} を a_n，b_n を用いて表せ。

(3)　b_{n+1} を a_n，b_n を用いて表せ。

(4)　b_n-a_n を n を用いて表せ。

(5)　a_n を n を用いて表せ。

問題Ⅲ

曲線 $y=3e^{-2x}$ 上を動く点 P$(t,\ 3e^{-2t})$ がある。ただし，$t>0$ とする。

(1)　点 P における接線の方程式を求めよ。

(2)　曲線 $y=3e^{-2x}$ と (1) で求めた接線，および y 軸で囲まれた図形の面積 S_1 を t で表せ。

(3)　(1) で求めた接線と x 軸，および y 軸で囲まれた図形の面積を S_2 とする。
　S_2 が最大となる t，およびそのときの S_2 の値を求めよ。

(4)　(2) と (3) で定義した S_1，S_2 に対し，$\lim_{t\to\infty}(S_1+S_2)$ を求めよ。