藤田医科対策　物理問題1　100点

$\boxed{1}$ 解答 (1) $F+\dfrac{T}{2}=Mg$　(2) $\dfrac{T}{2}l-Mg\dfrac{l}{2}=0$　(3) $T=Mg$，$F=\dfrac{Mg}{2}$

(4) $\dfrac{3}{4}l$

(1) 1図より　$F+T\sin 30°=Mg$

ゆえに　$\boldsymbol{F+\dfrac{T}{2}=Mg}$

(2) 反時計まわりの力のモーメントを正として

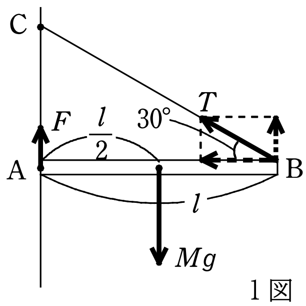
$T\sin 30°\times l-Mg\cdot\dfrac{l}{2}=0$

ゆえに　$\boldsymbol{\dfrac{T}{2}l-Mg\dfrac{l}{2}=0}$

(3) (2) より　$\boldsymbol{T=Mg}$

これを (1) の式に代入して　$F+\dfrac{Mg}{2}=Mg$

ゆえに　$\boldsymbol{F=\dfrac{Mg}{2}}$

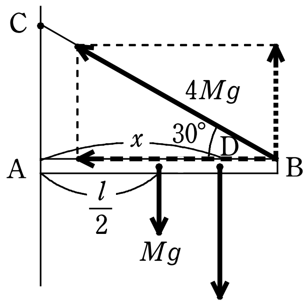


1図

(4) AD$=x$ とする。2図より，A 点のまわりの力のモーメントのつりあいの式は

$4Mg\sin 30°\cdot l-Mg\cdot\dfrac{l}{2}-2Mgx=0$

ゆえに　$\boldsymbol{x=\dfrac{3}{4}l}$



2図

$\boxed{2}$ 解答 (1) $\dfrac{p_0V_0}{R}$〔K〕　(2) $T_{\mathrm{B}}=\dfrac{7p_0V_0}{3R}$〔K〕，$p_{\mathrm{B}}=\dfrac{7}{3}p_0$〔Pa〕

(3) $T_{\mathrm{C}}=\dfrac{59p_0V_0}{15R}$〔K〕，$V_{\mathrm{C}}=\dfrac{59}{35}V_0$〔$\mathrm{m^3}$〕　(4) $\dfrac{17}{10}p_0V_0$〔J〕　(5) $\dfrac{9}{2}p_0V_0$〔J〕

(6) 0.25

(1) 状態 A における理想気体の状態方程式は「$pV=nRT$」より

$p_0V_0=RT_{\mathrm{A}}$　　よって　$T_{\mathrm{A}}=\boldsymbol{\dfrac{p_0V_0}{R}}$〔K〕

(2) 状態 A → 状態 B は定積変化であるので，気体のした仕事 $W_{\text{したAB}}$ は $W_{\text{したAB}}=0$ J である。問題文より，$Q_{\mathrm{AB}}=2p_0V_0$〔J〕。1 mol の単原子分子理想気体の内部エネルギー U は「$U=\dfrac{3}{2}RT$」で表されるから，その変化 $\varDelta U$ は「$\varDelta U=\dfrac{3}{2}R\varDelta T$」となる。

よって　$\varDelta U_{\mathrm{AB}}=\dfrac{3}{2}R(T_{\mathrm{B}}-T_{\mathrm{A}})=\dfrac{3}{2}R\left(T_{\mathrm{B}}-\dfrac{p_0V_0}{R}\right)$

熱力学第一法則「$\varDelta U=Q+W_{\text{された}}=Q+(-W_{\text{した}})$」より

$\varDelta U_{\mathrm{AB}}=Q_{\mathrm{AB}}+(-W_{\text{したAB}})$

$$\frac{3}{2}R\left(T_{\mathrm{B}}-\frac{p_0V_0}{R}\right)=2p_0V_0-0$$

よって　$T_{\mathrm{B}}=\frac{4p_0V_0}{3R}+\frac{p_0V_0}{R}=\boldsymbol{\frac{7p_0V_0}{3R}}$ **〔K〕**$=\frac{7}{3}T_{\mathrm{A}}$

ボイル・シャルルの法則より　$\frac{p_0V_0}{T_{\mathrm{A}}}=\frac{p_{\mathrm{B}}V_0}{T_{\mathrm{B}}}$

ゆえに　$p_{\mathrm{B}}=\frac{T_{\mathrm{B}}}{T_{\mathrm{A}}}p_0=\frac{\frac{7}{3}T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{A}}}p_0=\boldsymbol{\frac{7}{3}p_0}$ **〔Pa〕**

(3)　状態 B → 状態 C は等圧変化である。気体のした仕事 $W_{\text{した}}$ は「$W_{\text{した}}=p\Delta V$」と表される。

$$W_{\text{した}\mathrm{BC}}=p_{\mathrm{B}}\Delta V_{\mathrm{BC}}=p_{\mathrm{B}}(V_{\mathrm{C}}-V_{\mathrm{B}})=\frac{7}{3}p_0(V_{\mathrm{C}}-V_0)$$

1 mol の単原子分子理想気体の内部エネルギーの変化 ΔU を圧力 p，体積 V で表すと

「$\Delta U=\frac{3}{2}R\Delta T=\frac{3}{2}R(T_{\text{後}}-T_{\text{前}})=\frac{3}{2}p_{\text{後}}V_{\text{後}}-\frac{3}{2}p_{\text{前}}V_{\text{前}}$」

となる。よって

$$\Delta U_{\mathrm{BC}}=\frac{3}{2}p_{\mathrm{C}}V_{\mathrm{C}}-\frac{3}{2}p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}=\frac{3}{2}p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{C}}-\frac{3}{2}p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}}$$

$$=\frac{3}{2}p_{\mathrm{B}}(V_{\mathrm{C}}-V_{\mathrm{B}})=\frac{7}{2}p_0(V_{\mathrm{C}}-V_0)$$

問題文より　$Q_{\mathrm{BC}}=4p_0V_0$〔J〕。

熱力学第一法則より　$\Delta U_{\mathrm{BC}}=Q_{\mathrm{BC}}+(-W_{\text{した}\mathrm{BC}})$

$$\frac{7}{2}p_0(V_{\mathrm{C}}-V_0)=4p_0V_0+\left\{-\frac{7}{3}p_0(V_{\mathrm{C}}-V_0)\right\}$$

$$\frac{35}{6}p_0(V_{\mathrm{C}}-V_0)=4p_0V_0$$

ゆえに　$V_{\mathrm{C}}=\frac{24}{35}V_0+V_0=\boldsymbol{\frac{59}{35}V_0}$ **〔m³〕**

シャルルの法則より　$\frac{V_0}{T_{\mathrm{B}}}=\frac{V_{\mathrm{C}}}{T_{\mathrm{C}}}$

したがって　$T_{\mathrm{C}}=\frac{V_{\mathrm{C}}}{V_0}T_{\mathrm{B}}=\frac{\frac{59}{35}V_0}{V_0}\cdot\frac{7p_0V_0}{3R}=\boldsymbol{\frac{59p_0V_0}{15R}}$ **〔K〕**

(4)　状態 C → 状態 D は断熱変化であるので，$Q_{\mathrm{CD}}=0$ である。単原子分子理想気体の内部エネルギーの変化 ΔU の式より

$$\Delta U_{\mathrm{CD}}=\frac{3}{2}p_{\mathrm{D}}V_{\mathrm{D}}-\frac{3}{2}p_{\mathrm{C}}V_{\mathrm{C}}$$

$$=\frac{3}{2}p_0V_{\mathrm{D}}-\frac{3}{2}p_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{C}}$$

$$=\frac{3}{2}p_0\cdot\frac{14}{5}V_0-\frac{3}{2}\cdot\frac{7}{3}p_0\cdot\frac{59}{35}V_0$$

$$=\left(\frac{42}{10}-\frac{59}{10}\right)p_0V_0=-\frac{17}{10}p_0V_0$$

熱力学第一法則より　$\Delta U_{\mathrm{CD}}=Q_{\mathrm{CD}}+(-W_{\text{した}\mathrm{CD}})$

$$-\frac{17}{10}p_0V_0=0-W_{\text{した}\mathrm{CD}}$$

よって　$W_{\text{した}\mathrm{CD}}=\boldsymbol{\frac{17}{10}p_0V_0}$〔J〕

(5)　状態 D → 状態 A は等圧変化である。状態 B → 状態 C と同様に計算をする。

$$W_{\text{した}\mathrm{DA}}=p_0(V_{\mathrm{A}}-V_{\mathrm{D}})=p_0\left(V_0-\frac{14}{5}V_0\right)$$

$$=-\frac{9}{5}p_0V_0\text{〔J〕}$$

$$\Delta U_{\mathrm{DA}}=\frac{3}{2}p_{\mathrm{A}}V_{\mathrm{A}}-\frac{3}{2}p_{\mathrm{D}}V_{\mathrm{D}}$$

$$=\frac{3}{2}p_0V_0-\frac{3}{2}p_0\cdot\frac{14}{5}V_0$$

$$=\frac{3}{2}p_0V_0-\frac{21}{5}p_0V_0=-\frac{27}{10}p_0V_0\text{〔J〕}$$

熱力学第一法則より　$\Delta U_{\mathrm{DA}}=Q_{\mathrm{DA}}+(-W_{\text{した}\mathrm{DA}})$

$$Q_{\mathrm{DA}}=\Delta U_{\mathrm{DA}}+W_{\text{した}\mathrm{DA}}$$

$$=\left(-\frac{27}{10}p_0V_0\right)+\left(-\frac{9}{5}p_0V_0\right)$$

$$=-\frac{9}{2}p_0V_0\text{〔J〕}$$

この－は放熱を意味する。求める答えは外に捨てた熱量なので

$$Q=\boldsymbol{\frac{9}{2}p_0V_0}\text{〔J〕}$$

(6)　1 サイクルで気体がした仕事 $W_{\text{した}}$ は

$$W_{\text{した}}=W_{\text{した}\mathrm{AB}}+W_{\text{した}\mathrm{BC}}+W_{\text{した}\mathrm{CD}}+W_{\text{した}\mathrm{DA}}$$

$$=0+\frac{7}{3}p_0\left(\frac{59}{35}V_0-V_0\right)+\frac{17}{10}p_0V_0+\left(-\frac{9}{5}p_0V_0\right)$$

$$=\frac{8}{5}p_0V_0+\frac{17}{10}p_0V_0-\frac{9}{5}p_0V_0$$

$$=\frac{3}{2}p_0V_0$$

気体が熱を吸収した状態変化は，A → B と B → C である。

$$Q_{\text{吸収}}=Q_{\mathrm{AB}}+Q_{\mathrm{BC}}=2p_0V_0+4p_0V_0=6p_0V_0\text{〔J〕}$$

熱効率の式「$e=\dfrac{W_{\text{した}}}{Q_{\text{吸収}}}$」より

$$e=\frac{W_{\text{した}}}{Q_{\text{吸収}}}=\frac{\frac{3}{2}p_0V_0}{6p_0V_0}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{4}=\mathbf{0.25}$$

3 解答 (1) (ア) 陽子　(イ) 中性子　(ウ) 原子番号　(エ) 質量数(核子数)

(2) 4個　(3) 88　(4) 4.8×10^{3} 年後

(5) (a) 1の軌跡

(b) α 粒子が磁場から受けるローレンツ力の向きと $\vec{v}$ はつねに垂直のため，$\vec{v}$ の大きさは変化せず，α 粒子は磁場に垂直な面内で等速円運動を行う。α 粒子の質量を m，軌道半径を r とすると，運動方程式は

$$m\frac{v^2}{r}=qvB \qquad よって \quad v=\frac{qrB}{m}$$

α 粒子の運動エネルギーは

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{qrB}{m}\right)^2=\frac{q^2r^2B^2}{2m}$$

したがって　$r=\dfrac{\sqrt{2m}}{qB}\cdot\sqrt{K}$

よって，半径 r は運動エネルギーの平方根に比例する。

不安定な原子核は放射性崩壊をして別の原子核に変化する。崩壊の種類による，原子核の変化の違いを確認しておく。

放出するもの	質量数	原子番号
α 粒子	4 減	2 減
β 粒子	変わらず	1 増
γ 線	変わらず	

原子核崩壊は，周囲の圧力，温度に関係なく，各原子核の種類により一定の確率的な壊れ方をする。N_0 個の原子核が時間 t 後に残存している数 N は $N=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ で表され，T を半減期という。

(1) (ア) **陽子**　(イ) **中性子**　(ウ) **原子番号**　(エ) **質量数(核子数)**

(2) α 粒子はヘリウムの原子核 $({}^{4}_{2}\mathrm{He})$ であるから，核子数は **4**。

(3) 原子核反応では，反応の前後で質量数の和，原子番号の和が保存されるので

$${}^{226}_{Z}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

より　$Z=86+2$　よって　$\boldsymbol{Z=88}$

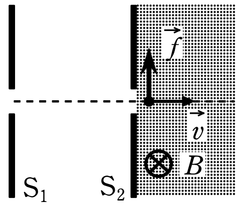
(4) $N=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ より，$N=\frac{1}{8}N_0$ となる t であるから

$$\frac{1}{8}N_0=N_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}} \qquad よって \quad \frac{t}{T}=3$$

$$t=3T=3\times1.6\times10^{3}=\boldsymbol{4.8\times10^{3}}\ (\textbf{年})$$

(5)　(a)　α 粒子は正電荷なので，磁場中で受けるローレンツ力は図の向きになる。よって，1 の軌跡のようになる。



(b)　α 粒子の電荷を q $(q>0)$ とすると，ローレンツ力の大きさは $f=qvB$

$\vec{f}$ と $\vec{v}$ はつねに垂直のため，$\vec{v}$ の大きさは変化せず，α 粒子は磁場に垂直な面内で等速円運動を行う。α 粒子の質量を m，軌道半径を r とすると，運動方程式は

$$m\frac{v^2}{r}=qvB \qquad v=\frac{qrB}{m}$$

α 粒子の運動エネルギーは

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{qrB}{m}\right)^2=\frac{q^2r^2B^2}{2m}$$

したがって　$r=\dfrac{\sqrt{2m}}{qB}\cdot\sqrt{K}$

よって，半径 r は運動エネルギーの平方根に比例する。