兵庫医科大学対策1

$\boxed{1}$

(1) 整式 $P(x)$ を $(x-3)^2$ で割った余りが $2x-5$ であり，$x-1$ で割った余りが5であるとき，$P(x)$ を $(x-1)(x-3)^2$ で割った余りを求めよ。[10点]

(2) a を実数として，次の2次不等式について考える。

$$x^2-ax+(a-1)\leqq 0 \quad \cdots\cdots ①$$

① 不等式①を満たす整数 x の個数がちょうど3個であるような実数 a の値の範囲を求めよ。[5点]

② 不等式①を満たす整数 x の個数を $N(a)$ で表すことにする。a が整数のとき，$N(a)$ を a を用いて表せ。[10点]

(3) $S_n=\sum_{k=1}^{n} ki^k$ とするとき，以下の問いに答えよ。ただし i は虚数単位とする。

① S_4，S_8 を求めよ。[4点]

② m を自然数とするとき，S_{4m} を m で表せ。[8点]

③ S_{2011} を求めよ。[3点]

(4) 曲線 C：$y=x^3-kx$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ a^3-ka)$ における接線 ℓ が，点Pと異なる点Qで曲線 C と交わっている。さらに，点Qにおける曲線 C の接線が直線 ℓ と直交している。

① 点Qの座標を a，k で表せ。[6点]

② k のとりうる値の範囲を求めよ。[9点]

(5) a，b を実数とし，xy 平面上の次の2つの関数のグラフについて考える。

$$y=e^{|x|} \quad \cdots\cdots ①$$

$$y=ax+b \quad \cdots\cdots ②$$

① ①，②がただ1つの共有点をもつとき，b を a で表し，そのグラフを ab 平面上に図示せよ。[8点]

② (1)のグラフを $b=f(a)$ と表す。定数 p に対して $pa+f(a)$ を最大にする a およびその最大値を求めよ。[7点]

$\boxed{2}$

A，B，Cのいずれかの状態をとる粒子があり，その状態は次のように変化していく。

(イ)　状態 A であるとき，1 秒後に状態 A，状態 B である確率はともに $\frac{1}{2}$ である。

(ロ)　状態 B であるとき，1 秒後に状態 B である確率は $\frac{1}{3}$ であり，状態 C である確率は $\frac{2}{3}$ である。

(ハ)　状態 C となったときは，その後は変化なく C の状態が続く。

粒子は最初状態 A であるとし，n 秒後に状態 A，状態 B，状態 C である確率をそれぞれ P_n，Q_n，R_n とする。ただし，m，n は自然数とする。

(1)　R_n を求めよ。[24点]

(2)　異なる m，n で $Q_m=Q_n$ となることはあるか。[8点]

(3)　$P_m=Q_n$ となることはあるか。[8点]

$\boxed{3}$

O を原点とする座標空間にある，中心 C$(1,\ 1,\ \sqrt{10})$，半径 $3\sqrt{3}$ の球面を S とする。

(1)　S と x 軸の正の部分との交点を P とし，S と y 軸の正の部分との交点を Q とする。P，Q の座標を求めよ。[8点]

(2)　2 点 O，C を通る直線と S との交点のうち，z 座標が正であるものを R とする。R の座標を求めよ。[8点]

(3)　四面体 OPQR の体積 V を求めよ。[6点]

(4)　4 点 O，P，Q，R を通る球面の半径 r_1 を求めよ。[8点]

(5)　四面体 OPQR に内接する球面の半径を r_2 とする。このとき，$\frac{r_1}{r_2}$ の値を求めよ。[12点]