1

$a>0$ とする。座標平面において，点 P(1, 3) から楕円 $ax^2+\dfrac{y^2}{2a}=1$ に引いた 2 本の接線の接点を Q，R とする。

Q，R はともに，直線 $\boxed{\text{ア}}\,x+\boxed{\text{イ}}\,y=1$ の上にある。線分 QR の中点を M とすると，M の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$ であり，M は直線 $y=\boxed{\text{オ}}\,x$ 上にある。線分 PQ の長さと線分 PR の長さが等しくなるのは $a=\boxed{\text{カ}}$ のときである。

O を原点とする。△PQR の面積 S_1 と △OQR の面積 S_2 の比 $\dfrac{S_1}{S_2}$ を a を用いて表すと，$\dfrac{S_1}{S_2}=\boxed{\text{キ}}$ である。$a>0$ の範囲で a を変化させると，比 $\dfrac{S_1}{S_2}$ は $a=\boxed{\text{ク}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ケ}}$ をとる。

2

O を原点とする座標平面において，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ を満たす媒介変数 θ を用いて

$$x=\sqrt{3}\sin\theta,\quad y=\sqrt{6}\sin 2\theta$$

と表される曲線 C を考える。また，曲線 C を表す関数を $y=f(x)$ とする。

(1)　関数 $y=f(x)$ の定義域は $\boxed{\text{ア}}\leqq x\leqq\boxed{\text{イ}}$ であり，$f'(x)=0$ を満たす x はただ 1 つある。その値を α とすると $\alpha=\boxed{\text{ウ}}$ であり，$f(\alpha)=\boxed{\text{エ}}$ となる。
また，$f(\sqrt{2})=\boxed{\text{オ}}$，$f'(\sqrt{2})=\boxed{\text{カ}}$ である。

(2)　曲線 C 上の点 P と O との距離 OP は，P の x 座標が $\boxed{\text{キ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる。

(3)　曲線 C と x 軸で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

3

平面上に原点 O と 2 点 P(1, 1)，Q$(\cos 2\theta,\ \sin\theta)$ をとる。ただし，$0\leqq\theta<2\pi$ とする。$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の大きさの動く範囲は $\boxed{\text{ア}}\leqq\left|\overrightarrow{\mathrm{OQ}}\right|\leqq\boxed{\text{イ}}$ である。また，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\parallel\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ となるときの θ の値は，小さい方から順に $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ または $\boxed{\text{オ}}$ である。

$\boxed{4}$

xy 平面に 3 点 O (0, 0), A (14, 0), B (5, 12) がある。線分 OB の垂直二等分線の方程式は $y=$ $\boxed{}^{ア}$ $x+$ $\boxed{}^{イ}$ であるから，△OAB の外心 M の座標は (7, $\boxed{}^{ウ}$) である。次に，∠AOB＝2α とおくと，$\tan 2\alpha=$ $\boxed{}^{エ}$ であるから，∠AOB の二等分線の傾きは $\tan\alpha=$ $\boxed{}^{オ}$ である。同様に，∠OAB＝2β とおくと，$\tan\beta=$ $\boxed{}^{カ}$ であるから，∠OAB の二等分線の方程式は $y=$ $\boxed{}^{キ}$ $x+$ $\boxed{}^{ク}$ となる。したがって，△OAB の内心 N の座標は ($\boxed{}^{ケ}$, $\boxed{}^{コ}$) である。

$\boxed{5}$

3 つの袋 A, B, C があり，それぞれの袋には 1, 2, 3, 4 と番号がつけられた 4 個の玉が入っている。袋 A, B, C から 1 個ずつ玉を取り出し，その玉の番号をそれぞれ a, b, c とする。このときの得点を次のように定める。

- a, b, c がすべて同じ数であるとき，得点を 1 点とする
- a, b, c の中の 2 つが同じ数であり，残りの 1 つがそれと異なる数であるとき，得点を 4 点とする
- a, b, c が互いに異なる数であるときは，それらの数から重複を許して選んだ 3 つの数の積，すなわち a^3, b^3, c^3, a^2b, ab^2, b^2c, bc^2, c^2a, ca^2, abc が表す数の中で，異なるものの個数を得点とする

(1) a, b, c がすべて同じ数である玉の取り出し方は $\boxed{ア}$ 通りである。また，a, b, c の中の 2 つが同じ数であり，残りの 1 つがそれと異なる数である玉の取り出し方は $\boxed{イウ}$ 通りである。

(2) 次の $\boxed{エ}$ ～ $\boxed{キ}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑨ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

$a=1$, $b=2$, $c=3$ であるとき，得点は $\boxed{エ}$ 点である。

$a=1$, $b=2$, $c=4$ であるとき，得点は $\boxed{オ}$ 点である。

$a=1$, $b=3$, $c=4$ であるとき，得点は $\boxed{カ}$ 点である。

$a=2$, $b=3$, $c=4$ であるとき，得点は $\boxed{キ}$ 点である。

⓪ 10　① 1　② 2　③ 3　④ 4
⑤ 5　⑥ 6　⑦ 7　⑧ 8　⑨ 9

(3) 得点が $a=1$, $b=2$, $c=3$ のときの得点と同じになる確率は $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケコ}}$ であり，

$a=1$, $b=2$, $c=4$ のときの得点と同じになる確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}$ である。